Thomas Bugge "De første grunde til den rene eller abstrakte mathematik. Tredje og sidste Deel. Den oekonomiske og den militaire Landmaaling". Kiøbenhavn 1814.

---

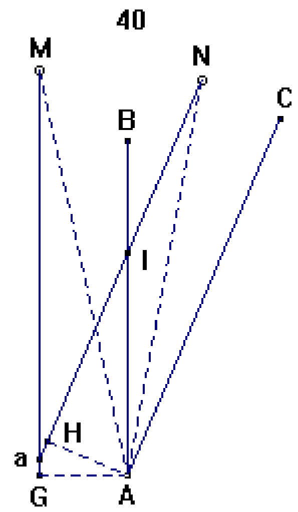
§ 49

Efterat man saaledes har lært, hvorledes Sigter tages med Diopter-Linealen, saa skal det dernæst undersøges, hvilke ere de Feil, som i de maalte Vinkler kan fremkomme ved Sigter med Diopter-Linealen.

Allerførst maae det undersøges, hvor meget den allerfineste Linie, som med Passer-Spidsen kan opdrages, udgiør. En saadan Linies Tykkelse er sædvanligen 2/100 af en Decimal-Linie [1)] = 0,0002 Fod. Naar Stationen er taget midt paa Bordet, da er der til Kanterne i det mindste 5 Decimal-Tommer og de maalte paa Bordet aftegnede Vinkler kan man i alle Tilfælde maale med Cirkelbuer, hvis Radius er 5 og hvis Diameter er 10 Decimaltommer eller 1 Fod. Denne Cirkels Peripherie = 3.14159 Fod (§.191 Geom.[2)]); og den indeholder 360H60H60 = 1296000 Sekunder (§.20 Geom[3)]). Man giør nu følgende Forhold : 3,14159 Fod giver 1296000 Sekunder, hvad giver 0,0002 Fod eller 3,14159 : 1296000 = 0,0002 : x; man finder da x = 1296000H 0,0002 / 3,14159 = 259,2000 / 13,14159 = 82´´ [4)] = 1´22´´ (§.98 Arith [5)]). Dersom man havde taget den fineste Linie = 1/100 af en Decimal-Linie (og saa fiin kan den neppe opdrages), saa havde man fundet x = 129,6000/3,14159 = 41´´. Naar man nu vil holde sig omtrent til Midten af begge disse Bestemmelser, saa er det klart, at den fineste Linie, som man kan opdrage paa Maalebordet, indtager i Bredde 1 Minut, og at man altsaa ved en Vinkels Maaling paa Bordet ei tør vente at udmaale Vinkelen i finere Dele end paa 1 Minut, hvilket dog er Sandheden meget nærmere, end det er mueligt at komme den med et Astrolabium [6)] eller Boussolen [7)] og Kompasset af samme Størrelse.

§ 50

Tab.21.
Fig.40.



*Dernæst maae det undersøges, hvad Feil der kan fremkomme i Vinklerne deraf, at Diopternes Sigtelinie gaaer igiennem Linealens Midte og Linierne paa Bordet drages efter Linealens Kanter***.**

1. Lad A være Stations-Punktet paa Bordet, omkring hvilket Linealens Kant vendes, indtil Sigtet aM igiennem Diopterne treffer Objektet M, og man opdrager efter Linealens Kant Linien AB. Lad N være et andet Objekt i lige Afstand fra Stationen A; man vender da Diopter- Linealen omkring A, indtil Sigtelinien igiennem Diopterne aN treffer Objektet N, og man drager efter Linealens Kant Linien AC. Den opdragne Vinkel paa Bordet efter Linealens Kanter er da BAC; og den, som Sigtelinierne igiennem Diopter- Linealens Midte have dannet, er MaN; og disse Vinkler ere lige store; thi naar Linealen er vel verificeret, er AB parallel med aM og AC med aN (§.37 Num.2); altsaa er Vinkelen BAC = BIN = MaN (§.60 Geom.[8)]). Man drager Linierne AM og AN, saa er MaN = BAC den Vinkel, som Objekterne M og N danne seete fra Punktet a; men MAN er den Vinkel, som Obejkterne M og N danne, naar de sees fra Stations-

Punktet A, og denne Vinkel var det, som man egentligen skulde have opdraget paa Bordet; man drager fra A Linien AG perpendikular [10] til aM og AH perpendikular til aN. I de retvinklede Triangler AGM og AHN ere AM = AN, fordi man antager, at begge Objekterne ere lige langt fra Stationen A; og AG = AH, fordi det er Diopter-Linealens halve Brede; derfor er Vinkelen M = N (§.149 Geom.[11]); af disse givne Ting kan man beregne Vinkelen M = N; thi MG:AG = sin.tot : tang.M, (§.17 Trig.) tang.M = AGHsin.tot / MG. Nu er AG Diopter-Linealens halve Brede = 8 Decimal-Linier = 0,08 Fod; imod hvilken AM altid er betydelig stor, saa at man kan uden mærkelig [11] Feil tage MG = AM; naar altsaa Objektets Afstand gives fra Bordet = 15 Alen = 30 Fod = 3000 Linier, kan man beregne Vinkelen M.

$$\begin{aligned} \text{log.sin.tot} + \text{log.8} &= 10.9030900 \quad ^{12)} \\ \underline{\text{log.3000}} &= \underline{\ \ 3.4771213} \\ \text{log.tang.M} &= \ \ 7.4259687 \\ M &= 9' \, 10'' \end{aligned}$$

Paa denne Maade er Vinkelen M beregnet, naar Objektet er 20, 30, 50 Alen o.s.v. fra Bordet.

Objektets Afstand fra Bordet	Vinkelen M
15 Alen	9′10′′
20	6.51
30	4.35
50	2.45
70	1.57
100	1.23
130	1. 3
160	0.49
200	0.41
250	0.33
300	0.27
350	0.23
400	0.20
500	0.16
600	0.14
700	0.11
800	0.10
900	0. 9
1000	0. 8

Ligesom man i Astronomien kalder Parallaxis den Forskiel, som fremkommer deraf, at et Himmellegeme sees fra tvende forskiellige Steder, f.Ex., fra Jordens Center og fra dens Overflade, saaledes kan man kalde Diopter-Linealens Parallaxis den Vinkel M eller aMA, som kommer deraf, at man seer til et Obejkt M en Gang fra Midten af Diopter-Linealen a og en anden Gang fra Linealens Kant A.

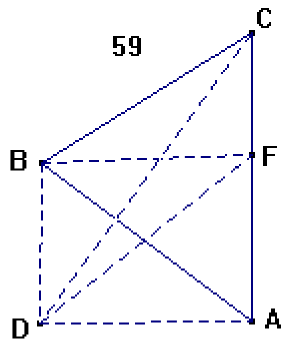
Naar man nu antager Afstanden af Obejkterne M og N fra Bordet, at være lige store, AM = AN, saa er det beviist, at M = N; men AB er parallel med GM (§.37.Num.2); altsaa Vexel-Vinklerne [13] lige store(§.60.Geom.[8)]) M = MAB; af samme Aarsag N = NAC, altsaa MAB = NAC; disse lægges til Vinkelen BAN, saa er MAB + BAN = BAN + NAC eller MAN = BAC; altsaa, naar tvende Objekter M og N ere lige langt fra Maalebordet, saa bliver den efter Linealens Kanter opdragne Vinkel BAC lige stor med Obejkternes virkelige Vinkel, havd enten Objekterne ere nær ved, eller langt fra, Bordet; og altsaa kan det ei føre til nogen Feil, at Diopterne staae over Midten af Linealen.

2. Dersom Objekterne ei ere lige langt borte, saa kan man enten af Beregning eller af Tabellen udi Num.1 bestemme Vinkelen MAN; og dens Forskiel fra BAC; f.Ex. tag AM = 50 Alen; saa er M = 2´45´´; tag AN = 100 Alen, saa er N = 1´22´´, altsaa Objekternes sande Vinkel seet fra Stationen A eller MAN = M + BAN = 2´.45´´ + BAN; og den efter Linealens Kanter opdragne Vinkel BAC = BAN + N = BAN + 1´22´´; altsaa naar Obejkternes Afstand er ulige stor, bliver den egentlige Feil i den på Bordet opdragne Vinkel eller Forskiellen imellem den virkelige Vinkel MAN og den paa Bordet opdragne Vinkel BAC lige stor med Forskiellen imellem Vinklerne M og N = M - N; thi MAN - BAC = M + BAN - BAN - N = M - N. I det anførte Exempel blev MAN - BAC = 2´45´´ - 1´22´´ = 1´23´´, og altsaa ei meget betydelig, naar man betænker, at den fineste Linie paa Maalebordet allerede indtager 1 Minut. Dersom man havde taget AM > AN, da var Feilen i Vinkelen BAC = N - M .

Af alle disse Beregninger og Betragtninger kan man slutte at der ei i Vinklerne kan fremkomme nogen mærkelig Feil deraf, at Diopterne staae over Midten af Diopter-Linealen .

§ 70

Tab.23.
Fig.59.



Maalebordet bliver i enhver Station stillet efter Vaterpasset (§.43 44), hvis Glasrør med Flid er noget bøiet, paa det at det ei skal blive alt for let bevægeligt, men ikkun bemærke en Helding af 3 til 4 Minuter (§.32). Lad os nu antage, at Bordet ei er stillet i den rette horizontale Flade ACD igiennem Stationen A, men i en mod Horizonten heldende Flade ABC; hvor stor bliver Forskiellen imellem Vinkelen BAC opdragen paa det skievtstaaende Bord, og den Vinkel DAC, som burde være opdragen paa en horizontal Flade?

Lad os antage et let Tilfælde, at den ene Linie AC er Horizontal, men den anden AB over horizonten; lad den observerte Vinkel BAC i den skraae Flade være = 60^o, lad BD være en vertikal Linie; naar man fra D til AC drager en Perpendicular DF (§.44 Geom.[14)]), og ligeledes fra B til AC perpendicularen BF, saa skal de i dette Tilfælde støde sammen i Punktet F, og Vinkelen BFD er den skraae og den horizontale Flades Inklinations-Vinkel (§.217 Geom.[15)]). I den retvinklede Triangel ABF er sin.tot. : sin.BAC = AB : BF (§.13 Trig.), og da sin.tot. = 1 (§.12 Trig.[16)]); saa er 1: sin.BAC = AB : BF; og AB H sin.BAC = BF. I samme Triangel AFB er 1: cos.BAC = AB : AF (§.14 Trig.), og AB H cos.BAC = AF. I den ved D retvinklede Triangel BDF, er 1 : cos.BFD = BF : DF; og BF H cos.BFD = DF; men BF = AB H sin.BAC; altsaa AB H sin.BAC H cos.BFD = DF. I den ved F retvinklede Triangel AFD er AF : DF = 1:tang.DAC (§.17 Trig.); og naar man indfører de forhen fundne Værdier af AF og DF, saa er AB H cos.BAC : AB H sin.BACH cos.BFD = 1:tang.DAC; og ved at dividere de tvende første Leed med AB, bliver cos.BAC : sin.BAC H cos.BFD = 1: tang.DAC (§.74 Arith.[17)]) og altsaa sin.BACHcos.BFD / cos.BAC = tang.DAC; men sin.BAC / cos.BAC = tang. BAC (§.7 Trig.): altsaa tang.BAC H cos.BFD = tang.DAC [18)]); eller Tangenten af den til Horizonten reducerte Vinkel DAC findes ved at multiplicere Tangenten af den observerte Vinkel BAC = 60^o med Kosinus af Bordets Inklinations-Vinkel [19)] BFD.

F.Ex. BAC = 60^0; BFD = 4^0; saa er

$$\begin{aligned} \text{log.tang.}60^0 &= 0.2385606 \\ \underline{\text{log.cos.}\quad 4} &= \underline{9.9989408} \\ \text{log.tang.DAC} &= 10.2375014 \\ \text{DAC} &= 59^o.56'.23'' \end{aligned}$$

Bordets Hældning	Observerte Vinkel	Vinkel reduc. Til Horiziont.	Forskiel.
1^0	60^0	$59^0.59'.46''$	$0'.14''$
2	60	59 . 59. 6	0. 54
3	60	59. 57. 58	2. 2
4	60	59. 56. 22	3. 38

Heraf seer man, at om end Maalebordet skulde have den meget betydelige Inklination eller Hældning af en Grad, saa bliver Vinkelen i Objekternes Plan ikkun 14´´ større end den til Horizonten reducerte Vinkel, saadan som den burde være, om Bordet havde staaet Horizontal. Et vel indrettet og vel justeret Vaterpas kan bemærke en hældning af 3 til 4 Minuter (§.32), og altsaa kan de smaae Feil, hvilke kan blive tilbage i Bordets horizontale Stilling, om det endog heldede en fierde Deel eller en halv Grad, ei frembringe nogen mærkelig Feil udi de observerte Vinkler.

Noter:

1) 1 Fod = 10 decimaltommer = 100 decimallinier = ½ Alen .
   1 Alen = 62.8 cm.
2) § 191 Geom:
   Naar der gives en Cirkels Diameter = d, da at beregne dens Peripherie = p.
   Den givne Diameter = d multipliceres med π, saa har man Perihperien πd; f.Ex. Diameteren = 8 Fod, saa er Peripherien = 3,141592 H 8 = 25,132736 Fod. ….
3) § 20 Geom:
   …. Graden deles i 60 Minutter; og Minutter i 60 Sekunder, og $50^0\ 30'45''$ betyder 50 Grader 30 Minutter og 45 Sekunder. ….
4) Vinkelmål se 3):

En hel cirkel deles i 360^0.
Hver grad deles i 60 bueminutter (skrives 60´) og hvert bueminut deles i 60 buesekunder (skrives 60´´).
F.eks. betyder $20^0\ 13'45\ ''$: 20 grader, 13 minutter og 45 sekunder
Eksempel på omregning:

$$20^0\ 13'\ 45'' = 20 + 13\ /\ 60 + 45\ /\ 60^2 = 22.2291667^0.$$

Tilbageskrivningen af 22.2291667^0 ser sådan ud:

22.2291667 - 22 = 0.2291667 (*træk heltalsværdien fra)*
0.2291667H60 = **13**.75000 *(multiplicer med 60)*

13.75000 - 13 = 0.7500 *(træk heltalsværdien fra)*
0.7500 H 60 = **45**.000 *(multiplicer med 60)*

5) Til trende Tal a,b,c eller 4,6 og 20 at finde det fierde proportional Tal d. Det andet b eller 6 multipliceres med det tredje eller 20, og Produktet bc og divideres med det første a eller 4, saa er Qvotienten bc/a eller 120/4 = 30 det søgte Tal d; …..
6) Astrolabium: Vinkelmåler. Består af en gradinddelt cirkel på hvis midte der står en diopterlineal med nonius i begge ender.
7) Boussolen: Vinkelmåler der består af en magnetnål og en gradinddelt metalskive.
8) § 60 Geom:
Naar tvende Linier AB og CD ere parallele og skieres af den tredje Linie HK, saa er 1) Vexelvinklerne [9)] lige store …
9) Vexelvinkler: Ensliggende vinkler ved en linie der skærer to paralelle linier.
10) Perpendikular: En linie der står vinkelret på en anden linie.
11) § 149 Geom:
Der skulde stå § 58: Naar udi tvende retvinklede Triangler Abc og DEF gives, at Hypotenuserne ere lige store, AC = FE, og desuden en af Katheterne lige store, CB = FD, saa er disse Triangler i alle Måder lige store $\Delta ABC = \Delta DEF$……
12) Mærkelig: Betydelig.(værd at lægge mærke til).
13) Se Beregning med logaritmer.
14) § 44 Geom:
Fra et givet Punkt C uden for en ret Linie AB at drage en perpendikular til AB …..
15) § 217 Geom:
En Linies CD Heldning eller Inklination imod en Flade AB bestemmes ved Vinkelen DCE, som fremkommer, naar man fra D til Fladen AB drager Perpendikularen DE, og sammenføier C og E med en Linie…..
16) § 12 Trig:
….Siden fandt man det meget bekvemmere, at tage Radius = 1,…. Saa at sin.tot. = R = 1 …..
17) § 74 Arith:
Naar tvende Tal 3 og 6 multipliceres med er og samme tal 5, saa er Produkterne, som de multiplicerte Tal 3 : 6 = 3 H 5 / 6 H 5 = 15 / 30. Og naar tvende Tal 20 og 8 divideres med samme Tal 4, saa ere Qvotienterne, som de dividerte Tal 20 : 8 = 20/4 : 8/4 = 5 : 2. …..
18) rettet fra tang.BAC + cos.BFD = tang.DAC
19) Inklinationsvinkel: vinkel mellem to planer.