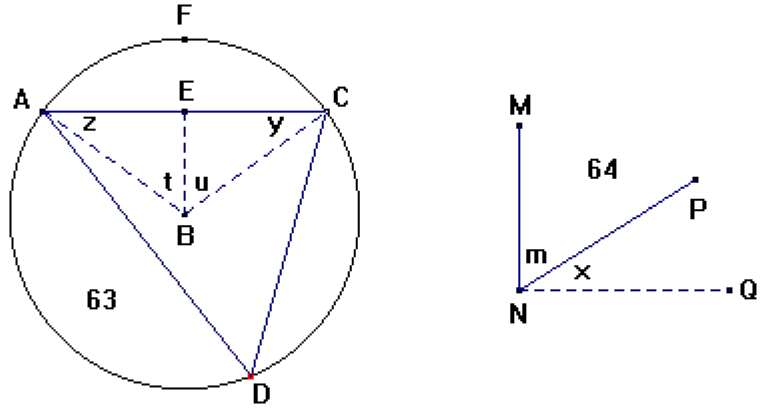
Thomas Bugge "De første grunde til den rene eller abstrakte mathematik. Tredje og sidste Deel. Den oekonomiske og den militaire Landmaaling". Kiøbenhavn 1814.

—

§ 76

Tab.23.
Fig.63 og Fig.64



Naar der gives en ret Linie AC, da at indskrive den saaledes i en Cirkel, at naar AC er en Chorde [1] og Grundlinien til et Segment[2] ACD, Vinkelen i Segmentet eller ved Peripherien D bliver saa stor som en given Vinkel m, eller at indskrive den givne Linie AC i en saadan Cirkel, at Buen AFC, hvortil AC er Chorden, er dobbelt saa stor som en given Vinkel m.

1. Paa Linien MN af den givne Vinkel m opreises en Perpendikular [3] NQ (§.123 Geom.[4]); da er $m + x = 90^o$ (§.11 Geom.[5]); og $x = 90^o - m$, eller x er Komplementet til m (§.3 Trig.[6]).

2. Ved Enden C af den givne Linie AC aftegnes Vinkelen $y = x$; ligeledes ved A aftegnes $z = x$ (§.30 Teom. [7]).

3. Disse Linier forlænges, indtil de skiære hinanden i B.

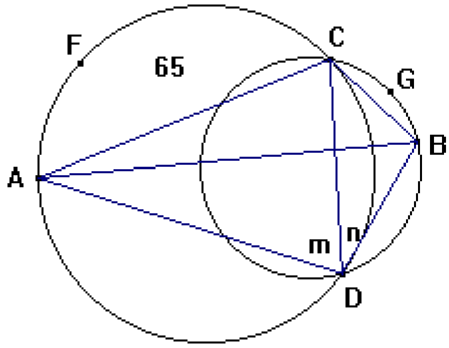
4. Af B, som Center, med Radius AB eller BC beskrives en Cirkel (§.55 Geom.[8]).

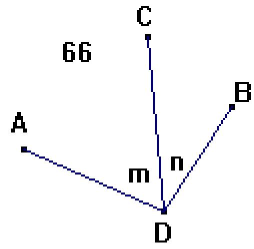
5. Naar man nu fra A og B til ethvert Punkt D i denne Cirkels Peripherie drager Linien AD og CD, saa er Vinkelen D = m: og Buen AFC = 2m.

Beviis. Man deler AC i tvende lige Parter i E, og drager BE, saa er Triangelen BCE retvinklet ved E (§.107 Geom.[9]); altsaa $u + y = 90^o$ (§.67 Geom.[10]) $= m + x$; man fradrager $y = x$, saa er $u = m$ (§.6 Arith.[11]). Paa samme Maade bevises i Triangelen AEB, at $t = m$; altsaa $u + t = 2m$; og $½u + ½t = m$ (§.6 Num.4 Arith. [11]); men u + t er en Center - Vinkel og Halvparten af Vinkelen ved Peripherien eller $½u + ½t = D$ (§.121 Geom.[12]); altsaa m = D. Fremdeles da $t + u = 2D$, men $t + u = AFC$ (§.28 Geom.[13]); saa er 2D = AFC; eller den Bue AFC, hvortil AC er Chorden, er dobbelt saa stor som den givne Vinkel m.

§ 77

Tab.23
Fig.65 og Fig.66





Naar der gives trende Objekter paa Marken, A, B og C, som danne en given Triangel, eller naar Objekterne A, B og C rigtigen ere aflagte i Kartet, og Siderne AB, BC, og AC ere bekiendte, og man desuden paa et tredie Sted D med Maalebordet tager Vinklerne mellem disse Objekter, nemlig imellem A og C = m, og imellem C og B = n, da paa Kartet uden videre Maaling at bestemme Punktet D, og finde DA, DC, og DB.

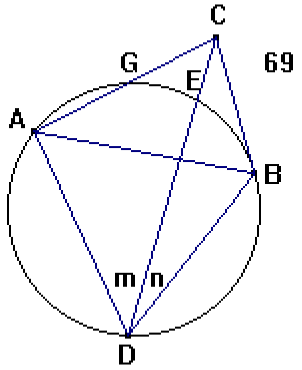
1. Opløsning [14)]

1. Paa den givne side AC aftegner man en Cirkelbue AFC, som er dobbelt saa stor som den givne Vinkel m imellem Objekterne A og C (§.76).
2. Paa den givne Side CB aftegner man en Bue CGB, hvilken er dobbelt saa stor som den givne Vinkel n imellem Objekterne C og B.
3. Disse Cirkler skiære hinanden udi D, hvilket bliver Stationens Sted paa Bordet, og AD, DC og DB Stationens Afstand fra de givne Objekter A, B og C.

Beviis. Efter Betingelsen er Siden AC eller Afstanden imellem Objekterne A og C seet i Stationen D under Vinkelen m; og da alle Vinkler i samme Cirkel-Segment ere lige store (§.122 Geom.[15)]); saa maae Stationen D falde et Sted i Peripherien af Cirkelen AFCD; ligeledes er Siden BC seet under Vinkelen n fra samme Station D; altsaa maae Stationen D falde et Sted i peripherien af Cirkelen CGBD; men da disse tvende Cirkler skiære hinanden udi D, saa er D Stationens Sted paa Maalebordet, og der er ei noget andet Punkt end Punktet D, fra hvilket AC kan sees under Vinkelen m og tillige BC under n, og følgelig bliver og AD, CD, og BD Stationens rette Afstand fra Objekterne A, B, og C.

2. Opløsning

Tab.23
Fig.69



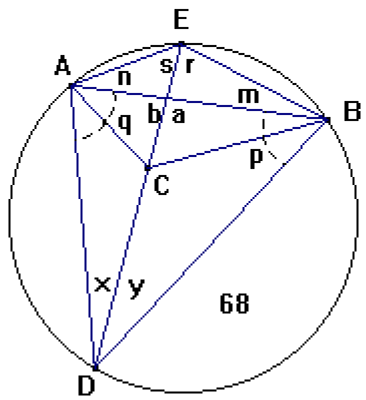
1. Den store Side AB indskriver man i en Cirkel AEBD, saaledes at Buen AEB er dobbelt saa stor som Summen af begge de observerte Vinkler ADB = m + n (§.76).

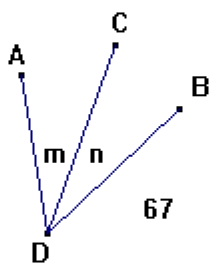
2. Man tager Buen AGE til dobbelt saa mange Grader som Vinkelen ADC = m; hvoraf da følger, at BE har dobbelt saa mange Grader som n.

3. Man drager Linien CED, saa er D Stations- Punktets Sted paa Bordet; thi AGE = 2m; og EB = 2n; altsaa er m = ½ ACE den Vinkel, under hvilken AC er seet, og n = ½ EB er den Vinkel, under hvilken CB er seet fra Stationen D.

3. Opløsning

Tab.23
Fig. 67 og Fig.68





Hvis man antager, at Spidsen af Trianglen C vender mod Stationen D.

1. Paa AB og ved Punktet B aftegnes Vinkelen ABE = m (§.30 Geom. [16)]); og paa samme Linie ved A aftegnes Vinkelen BAE = n, saa at den Vinkel m, som blev observeret imellem A og C, aftegnes ved B, og den Vinkel n, som er bekiendt imellem C og B, aftegnes ved A.

2. Man drager Linien CE, hvorved fremkommer Vinklerne s og r.

3. Man aftegner Vinkelen ABD eller p = s; og hvor Linien BD skiærer den forlængede EC, bliver det søgte Punkt D paa Kartet.

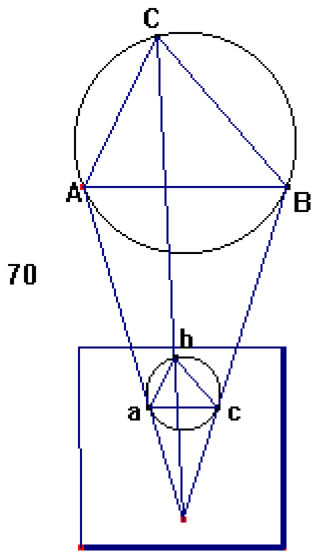
4. Til bekræftelse kan man aftegne Vinkelen BAD eller r = q, hvis Linie AD skal give samme Punkt D paa Kartet.

Beviis. DAa er en Triangel, i hvilken den udvendige Vinkel a = q + x eller de tvende indvendige, (§.66 Geom.); ligeledes i Triangel aDB er b = p + y: og ved at lægge sammen a + b = 180 (§.31 Geom. [17]) =
q + p + x + y: men q = r efter Konstruktionen; altsaa r + p + x + y = 180^{o}; men i Triangel DEB er r + m + p + y = 180^{o} (§.66 Geom. [18]); følgelig r + p + x + y = r + m + p + y, naar man nu paa begge Sider fradrager
r + p + y, saa bliver x = m. Paa samme Maade bevises, at n = y; hvoraf da følger, at Punktet D paa Kartet er det Punkt, under hvilket den givne Vinkel m = ADC, og Objekterne C og B under Vinkelen n = CDB; og AD og DB maae støde sammen i et Punkt D. [19]

4. Opløsning

Tab. 24

Fig. 70



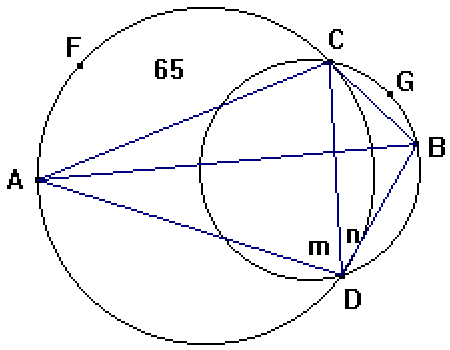
1. Da de trende Objekters Afstand antages at være bekiendt, eller man allerede har anlagt i Kartet disse Punkter A, B, og C; saa er paa Kartet den mindre Triangel abc □ ♠ABC paa Marken.
2. Denne Triangel abc indskriver man i en Cirkel (§.111 Geom.[20]).
3. Man opstiller Maalebordet i D paa et Stykke Olie-Papiir, som hæftes til Bordet med Mund-liim, Naale eller paa anden Maade, tager Sigterne til de trende Objekter A, C, og B; og derefter giøres det løst.
4. Man lægger og bevæger det oliede Papiir saaledes paa Kartet, at Sigtelinierne berøre Cirkelen, og at Da, Dc og Db gaae igiennem Punkterne a, b og c.
5. I denne Stilling holdes Olie-Papiret fast og man giennemprikker D med en Kopiernaal, saa bliver D Stationens Sted paa Bordet, og aD, cD og bD Objekternes Afstand til Stationen D efter Kartets Maalestok.

§ 78

Flere Opløsninger deels geometriske, deels trigonometriske, deels algebraiske paa dette problem kan findes ……

…. Den her givne Opløsning afhandler ikkun det vigtigste og sædvanligst forekommende Tilfælde, at det givne Punkt D, som blot ved Sigter skal bestemmes af trende andre A, B og C, som danne en given Triangel, ligger uden for Trianglen, og altsaa hverken inden i den eller i Linie med nogen af siderne. Ligeledes naar der gives trende Punkter i en ret Linie, A, C og B, og man fra et Sted D maaler Vinklerne ADC og CDB, kan man og bestemme Stedet D. Disse trende Problemers Opløsninger forstaaes let af det, som her er forklaret om det ene Tilfælde, og man finder dem og hos adskillige af ovenmeldte Forfattere.

Tab.23
Fig. 65



Dette Problem kan anvendes ved adskillige Leiligheder i Landmaaling; saasom om en Søe paa den ene halve Deel var bevoren med stor og tæt Skov, men den anden halve Deel var aaben og frie, da kunde man ved brækkede Linier efter Søens Omkreds og ved Perpendikularer fra disse Grundlinier opmaale den aabne Søekant (§.65). Man opreiser da Signaler i Stationerne, og andre fra de brækkede Linier nøiagtigen bestemte og høit beliggende Steder. Man gaaer da til den med Skov bevorne Søekant, og opleder saadanne Steder D, fra hvilke trende af de paa den anden Side bestemte Punkter A, B og C kan sees; der opstilles Maalebordet, og Sigter tages til disse Signaler, nemlig ADC og CDB, og heraf bestemmer og anlægger man Punktet D paa Kartet (§.77). Jo flere saadanne Punkter man kan finde, desto nøiagtigere bliver den med Skov bevorne Søekant aflagt; undertiden kan det og blive mueligt, at maale Linier mellem disse Punkter, og bestemme de imellem dem værende Bugter ved Perpendikularer. Paa papiret synes denne Maade meget simpel og let; men den har dog mange praktiske Vanskeligheder, af hvilke den vigtigste er, at man paa den med Skov bevorne Side af Søen ei let kan finde Stederne igien, hvor Signalerne ere udsatte; og dersom man skulle tage det ene for det andet, da blev Punkterne paa Kartet meget urigtige, efterdi de bleve anlagte efter en ganske urigtig Grundtriangel.Problemets Opløsning udfordrer temmelig vidtløftige Konstruktioner og Aftegninger af flere Linier og Vinkler (§.77); og om paa enhver Vinkel og Linie ikkun feiles saa meget, som det fineste Punkt og den fineste Linie udgiør (og for en saa liden Feil kan man aldrig fritage nogen Linies eller Vinkels Afsætning), saa vil disse uundgaaelige smaae Feil tilsammentagne dog kunde forandre den rette Beliggenhed af Punktet D paa Kartet. Af den Aarsag bør man i den speciale Landmaaling ei anvende dette Problem uden i de yderste Nødvendigheds Tilfælde, naar det ei er mueligt at bestemme Punktet D enten ved Maal eller Sigte (§.58. 59), eller ved tvende Sigter fra afstukne og opmaalte Grundlinier (§.60), hvilke Metoderne ere meget mere nøiagtige og paalidelige.

Noter:

1) Chorde: Et linjestykke der forbinder to punkter på en cirkelperiferi.
2) Segment: afsnit, fx en cirkelbue og den tilsvarende korde..
3) Perpendikular: En linje der står vinkelret på en anden linje.
4) *§123Geom:*
   Fra Enden A af en Linie AB at opreise AD perpendikular til AB.
   1. Man vælger sig et Punkt C, med en Passeraabning CA beskriver man en Bue større end en Halvcirkel, som skiærer den givne Linie i B.
   2. Man drager Linien BC, og forlænger den, indtil den skiærer Cirkelen i D.
   3. Fra D til A drages Linien AD, hvilken er perpendikular til AB, efterdi BAD er en Halvcirkel, og A = R (§.122 Rum.4); altsaa AD perpendikular til AB (§.11).
5) § 11 Geom:
   ….Naar en linie DC er perpendikular til AB….saa er de jevnsides Vinkler lige store, eller ACD = DCB…..
6) § 3 Trig: …..Af tvende Buer AB og BG, eller af tvende Vinkler x og y, hvilke tilsammen udgiøre 90^0, siges den ene at være den andens Complement; saaledes er y Complementet til x……..
7) § 30 Geom: Ved et givet Punkt E i en given Linie EF, at aftegne en Vinkel E lige stor med en given Vinkel B eller ABC. …..
8) § 55 Geom: Naar i en Triangel ABC Vinklerne ved Grundlinien ere lige store, A = B, saa er Trianglen ligebenet AC = CB. ……
9) § 107 Geom: En Diameter DE, som skierer Chorden AB i tvende lige Parter, AF = FB, er perpendikular til Chorden AB. …..
10) § 67 Geom: … Naar der i en Triangel ABC gives Tvende Vinkler A og B, saa findes den tredie Vinkel C ved at drage de tvende givne Vinklers Summa fra tvende rette Vinkler. …..
11) § 6 Arith: Naar lige store Størrelser forøges eller formindskes lige meget og paa samme Maade, saa er det Udkomne lige.
12) § 121 Geom: Vinkelen ved Centeret ACB er dobbelt saa stor som Vinklen ved Peripherien ADB, naar de begge staae paa samme Bue AB. ……
13) § 28 Geom:
    Henvisningen er uklar.
14) fra ordbog over det danske sprog: 5) nu især regn. Og mat.forklaring, opklaring, tydning, udregning, løsning.
15) § 122: Alle Vinkler i samme Cirkel-Segment AFEDB ere lige store; (fig124)…..
16) § 30 Geom: Ved et givet Punkt E i en given Linie EF, at aftegne en Vinkel E lige stor med en given Vinkel B eller ABC. …..
17) § 31 Geom: Naar paa en Linie AB staaer en anden Linie CD, saa ere begge de jevnsides Vinkler ACD og DCB tilsammentagne tvende rete Vinkler eller 180 Grader…….
18) § 66 Geom: Naar i enhver Triangel ABC den ene Side AB forlænges til D, er den udvendige Vinkel DBC saa stor som de tvende indvendige og modstaaende Vinkler A + C, og alle Vinkler tilsammentagne er saa stor som tvende rette A + C + y = 2R…….
19) Bemærk at, I beviset gøres der ikke rede for at den linie der omtales i punkt 4 skærer i D
20) § 111 Geom: Igiennem trende givne Punkter A, B og C, hvilke ei ligge i samme rette Linie, at beskrive en cirkel…….