Beregning med logaritmer.

På Bugges tid (sidst i 1700-tallet) kendte man ikke til moderne hjælpemidler som lommeregnere. Store multiplikations- og divisionsopgaver klarede man ved brug af logaritmefunktionen.

Ved hjælp af to regneregler for logaritmefunktionen kan man omforme multiplikation og division til addition og subtraktion, som jo er meget enklere at udføre i hånden:

1) $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$

2) $\log(\frac{a}{b}) = \log(a) - \log(b)$.

Der fandtes tabeller over logaritmefunktionen og dens omvendte funktion: *antilog* (10^x). Desuden rådede man over tabeller af *log sin*, *log cos* og *log tan*.

Eksempler på hvordan multiplikation og division kan omformes til addition og subtraktion ved brug af logaritmer:

1) Beregning af 342,45 · sin(23,45°)

Regnereglerne giver log (342,45 · sin(23,45°)) = log (342,45) + log(sin(23,45°)).

Opstillingen af udregningerne ser sådan ud:

$$\begin{array}{rr} \log(342{,}45) = & 2{,}5345972 \\ +\log(\sin(23{,}45^o)) = & \underline{-\,0{,}4001730} \\ & 2{,}1344242 \end{array}$$

Af log(342,45 · sin(23,45°)) = 2,1344242 har man ved brug af antilog:

342,45 · sin(23,45°) = antilog(2,1344242) = <u>136,2775132</u>

2) Beregning af cos(53,76°) / 234,5

Regnereglerne giver log(cos(53,76°) / 234,5) = log(cos(53,76°)) - log(234,5).

Opstillingen af udregningerne ser sådan ud:

$$\begin{array}{rr} \log(\cos(53{,}76^o)) = & -\,0{,}2282884 \\ -\log(234{,}5) = & \underline{-\,2{,}3701428} \\ & -\,2{,}5984312 \end{array}$$

Som ovenfor fås: cos(53,76°) / 234,5 = antilog(-2,5984312) = <u>0,0025210</u>

Bemærk, at log(1) = 0 og at logaritmen til et tal mindre end 1, er et negativt tal. Da sin.tot = sin 90° = 1, og sin(A) altid er mindre end eller lig med 1, så er log sin(A) et negativt tal.

For at undgå de ubekvemmeligheder negative tal medfører i udregningerne, valgte man at lægge 10 til tallets logaritme, når tallet er mindre end eller lig med 1.

F.eks. sættes log.sin.tot. = 10,00000 og log.sin.23,45^o = 9,5998270 (= - 0,400173 +10).

Udregningen i det første eksempel kommer med denne skrivemåde til at se sådan ud:

$$
\begin{array}{lrr}
\log(342{,}45 \cdot \sin(23{,}45^o)): & \log(342{,}45) = & 2{,}5345972 \\
 & + \log(\sin(23{,}45^o)) = & \underline{\ 9{,}5998270} \\
 & & 12{,}1344242
\end{array}
$$

Inden man bruger antilog skal man huske at trække 10 fra 12,1344242

Bemærk:

Ved kontrol af Bugges udregninger med logaritmer kan man bruge lommeregnerens log-knap og 2^{nd} log-knap i stedet for en logaritmetabel.

Hvis man bruger en logaritmetabel, skal man bemærke, at man i tabellen kun kan finde logaritmen til et tal t i intervallet [1;10]. Logaritmen af tal, der ikke ligger i dette interval, kan findes ved at omskrive tallet til et tal, der "ligger" i dette interval gange en tier-potens, som f.eks:

$\log(357{,}21) = \log(3{,}5721 \cdot 10^2) = \log(3{,}5721) + 2 = 0{,}552924 + 2 = 2{,}552924$

$\log(0{,}0035721) = \log(3{,}5721 \cdot 10^{-3}) = \log(3{,}5721) - 3 = 0{,}552924 - 3 = -2{,}447076$.

I antilog-tabellen kan man finde tallet t når log(t) ligger mellem 0 og 1. Tal, hvis logaritme ikke ligger mellem 0 og 1, findes som f.eks:

$\log(t) = 2{,}3576 = 0{,}3576 + 2 \Leftrightarrow t = \text{antilog}(0{,}3576) \cdot 10^2 = 2{,}278243 \cdot 10^2 = 227{,}8243$

$\log(t) = -2{,}3576 = 0{,}6424 - 3 \Leftrightarrow t = \text{antilog}(0{,}6424) \cdot 10^{-3} = 4{,}389348 \cdot 10^{-3} = 0{,}00439348$