

## Hildebrands lille rejse-teodolit – anvendelse af libelleskalaerne

Følgende beskrivelse af, hvordan libelleskalaerne har været anvendt, støtter sig på J.P. Koch: *Survey of Northeast Greenland*. Meddelelser om Grønland XLVI, 1917.

J.P. Koch skriver p.204: *The divisions on the level of the vertical circle were nearly 20'', on the level of the axis nearly 30''*. Vi vil her kun interessere os for libellen for den lodrette kreds, da det er den der benyttes i forbindelse med måling af zenitdistancer.

Den første kilde er en tabel på p.206 og 207, hvor Koch angiver målinger af horisontale vinkler fra station V på Lille Koldewey til forskellige andre stationer. Disse målinger ledsages desuden af målinger af de pågældende stationers zenitdistancer, set fra station V.

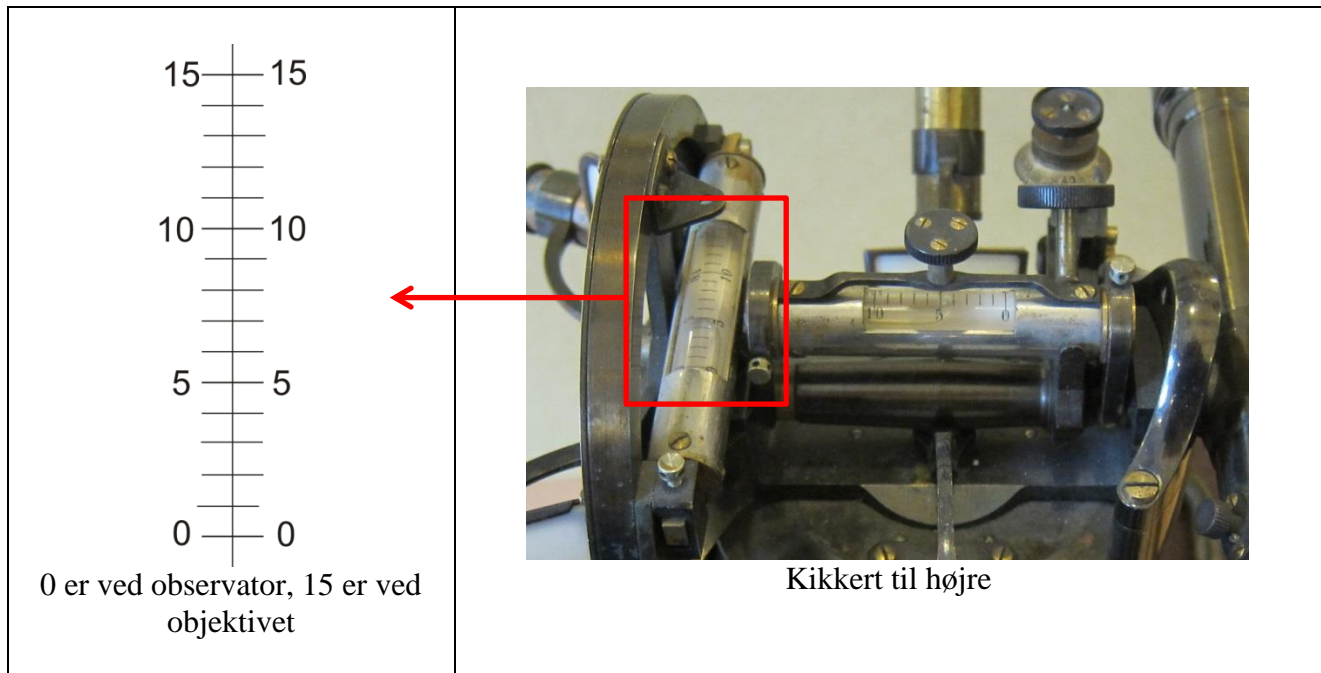
Vi fremdrager målingerne af vinklerne til station VIII:

<i>Lille Koldewey, Station V, 18/IX 1906, afternoon, <math>t = \div 7^\circ</math>, wind 1-2, eccentric position, altitude of telescope above the foot of the cairn 1.2 m.</i>										
Point	Vernier	Set			Vernier	Levelling		Level		Remarks
		1	2	3		1	2	Obs.	Obj.	
VIII	I	311° 13.7	191° 11.8	71° 11.0	A	88° 33'.6	88° 33'.8	4.4	12.7	The foot of cairn
	II	13.8	11.9	11.2	B	33.6	33.6	11.2	2.3	
	II	14.3	11.3	11.2	88	33.60	88 33.70			
	I	13.8	11.3	11.2	A	271 26.5	271° 26.5	5.0	14.2	
		55.6	46.3	44.6	B	26.4	26.4	10.6	1.4	
		311 13.90	191 11.58	71 11.15		271 26.45	271 26.45			
		78 41.92	78 41.75	78 42.30		177 07.15	177 07.25	25.5	36.3	
				297		177° 07' 12"				
	Mean		78° 41' 59" $\div$ 00'				88° 33' 36" $\div$ 10.8 $\times$ $\frac{20'.5}{8}$			
	Centred		78° 41' 38"				88° 33' 08"			

Det er målinger til højre for den kraftige lodrette linje, der angiver zenitdistancerne. Der måles i to omgange: levelling 1 og levelling 2.

Levelling 1	Målt zenitdistance	Libelle ved obs	Libelle ved obj
Kikkert til højre	88° 33'.6	4.4	12.7
Kikkert til venstre	360° - 271° 26'.4 - 5	11.2	2.3
Levelling 2			
Kikkert til højre	88° 33'.6 - 8	5.0	14.2
Kikkert til venstre	360° - 271° 26'.4 - 5	10.6	1.4

Koch skriver på p. 205: *Attention is drawn to the fact that the four upper readings of the level correspond to the first leveling, the four lower ones to the second leveling*. Det er derfor vi ved at libelletallene hører sammen med målingerne som vist i ovenstående tabel.



Vi ser først på *levelling 1*:

I tabellen angiver tallene ved "obs" og "obj" udstrækningen af libelleboblen. Med kikkerten til højre strækker den sig fra 4.4 ved observator til 12.7 ved objektivet. Boblens midte befinder sig derfor ved  $\frac{4.4+12.7}{2} = 8,55$ . Med kikkerten til venstre strækker den sig fra 11.2 ved observator til

2.3 ved objektivet. Boblens midte befinder sig derfor ved  $\frac{11.2+2.3}{2} = 6.75$ . Hvis libellen var indstillet helt vandret, skulle de to boblemidter stemme overens. Afstanden mellem dem er  $8.55 - 6.75$ , så boblemidten er forskudt  $\frac{8.55-6.75}{2} = 0.9$  fra hvor den burde være til objektivside.

Det formodede vandrette niveau er derfor for højt i objektivside, og zenitdistancen derfor for stor. Aflæsningen af zenitdistancen skal derfor formindskes med 0.9 libellestreger; idet Koch regner med  $20''.5$  for hver libellestreg, betyder det en formindskelse med  $18''.5$ .

Så ser vi på *levelling 2*:

Med kikkerten til højre strækker den sig fra 5.0 ved observator til 14.2 ved objektivet. Boblens midte befinder sig derfor ved  $\frac{5.0+14.2}{2} = 9.6$ . Med kikkerten til venstre strækker den sig fra 10.6

ved observator til 1.4 ved objektivet. Boblens midte befinder sig derfor ved  $\frac{10.6+1.4}{2} = 6$ . Hvis libellen var indstillet helt vandret, skulle de to boblemidter stemme overens. Afstanden mellem dem er  $9.6 - 6$ , så boblemidten er forskudt  $\frac{9.6-6}{2} = 1.8$  fra hvor den burde være til objektivside. Det formodede vandrette niveau er derfor for højt i objektivside, og zenitdistancen derfor for stor.

Aflæsningen af zenitdistancen skal derfor formindskes med 1.8 libellestreger; idet Koch regner med  $20''.5$  for hver libellestreg, betyder det en formindskelse med  $36''.9$ .

Hvis vi kigger på de to *levellings* under ét, giver de altså anledning til en gennemsnitlig formindskelse af zenitdistancen på  $(18''.5 + 36''.9)/2 = 27''.7$ . Hvis vi afrunder til  $28''$  er det præcis hvad Koch regner ud i tabellen:

$$10.8 \times \frac{20''.5}{8} = 27.675.$$

Hvorfor er det nu det samme? Jo, for vi har udregnet for levelling 1:

$$\frac{\frac{12.7+4.4}{2} - \frac{11.2+2.3}{2}}{2} = \frac{12.7+4.4 - (11.2+2.3)}{4}$$

som boblemidstens forskydning fra hvor den burde være.

Og for levelling 2:

$$\frac{\frac{14.2+5.0}{2} - \frac{10.6+1.4}{2}}{2} = \frac{14.2+5.0 - (10.6+1.4)}{4}$$

som boblemidstens forskydning fra hvor den burde være.

Gennemsnittet af de to forskydninger er

$$\frac{12.7+4.4 - (11.2+2.3) + 14.2+5.0 - (10.6+1.4)}{4} : 2 =$$

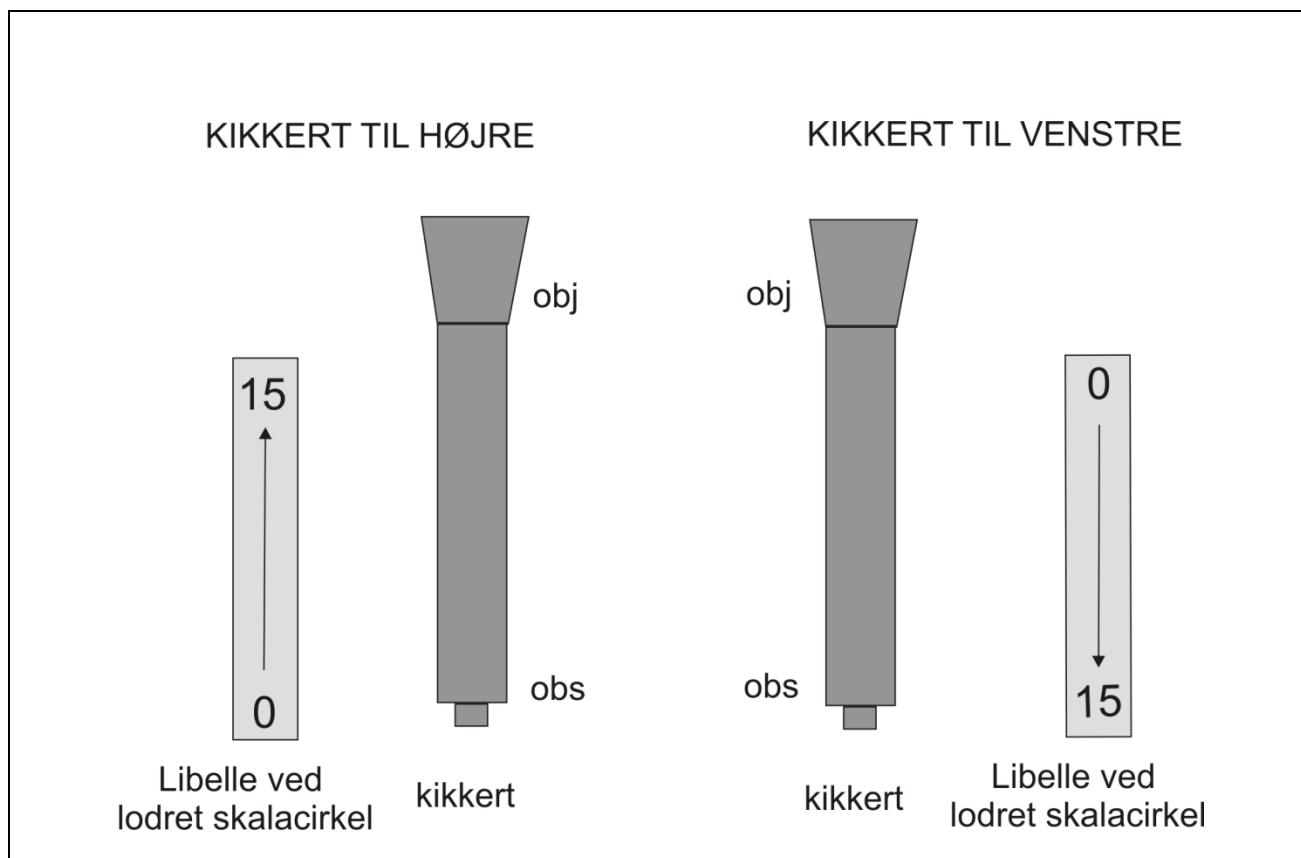
$$\frac{12.7+4.4+14.2+5.0 - (11.2+2.3+10.6+1.4)}{8} = \frac{36.3 - 25.5}{8} = \frac{10.8}{8}$$

Netop som angivet hos Koch.

Hvordan kan vi nu vide, om vi skal korrigere zenitdistancen opad eller nedad?

36.3 er summen af libelletallene for kikkert til højre og 25.5 er summen af libelletallene for kikkert til venstre. Hvis differensen mellem disse to summer er positiv, må den gennemsnitlige forskydning, når vi går *fra kikkert til højre* til *kikkert til venstre* gå i retning væk fra objektivet (se figur nedenfor). Og hvis boblemidten forskyder sig væk fra objektivet, må det betyde at kikkerten sigter for lavt. Så bliver den målte zenitdistance for stor, og vi må trække libellekorrektionen fra. Og det er netop hvad Koch gør i det viste eksempel.

Tilsvarende gælder, at hvis differensen er negativ, skal vi lægge libellekorrektionen til.



Man kan vise, at dette kan udvides til en generel regel:

Hvis vi i  $n$  antal målinger af zenitdistancen noterer libelletallene for såvel kikkert til højre (kth) som kikkert til venstre (ktv) kan vi korrigere zenitdistancen således:

Hvis summen af libelletallene for kth  $S_h$  er større end summen af libelletallene for ktv  $S_v$ :

Zenitdistancen skal formindskes med  $\frac{S_h - S_v}{4n} \cdot 20'' \cdot 5$ .

Hvis  $S_h$  er mindre end  $S_v$ :

Zenitdistancen skal forøges med  $\frac{S_v - S_h}{4n} \cdot 20'' \cdot 5$ .

#### OPGAVE:

Se på den ovenfor citerede tabel fra 6. maj 1907 (Koch p. 265). Bestem ved hjælp af ovenstående regel den korrektion på zenitdistancen som libelletallene giver anledning til. Skal zenitdistancen forøges eller formindskes?

[De viste foto er alle af Hildebrand-teodolitten på Steno Museet]